

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Institut dopravy

Metody pro tvorbu OD matic

OD Matrix Creation Methods

Student: Filip Lorenz
Vedoucí bakalářské práce: Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Ostrava 2011

Zadání bakalářské práce

Student: **Filip Lorenz**

Studijní program: B2341 Strojírenství 2301R003

Studijní obor: Dopravní technika a technologie

Specializace: 20 Pozemní doprava

Téma: **Metody pro tvorbu OD matic**
OD Matrix Creation Methods

Zásady pro vypracování:

Cíl práce: Charakterizovat metody sloužící k sestavě OD matic, zmapovat zkušenosti s jednotlivými metodami, zhodnotit výhody a nevýhody jednotlivých metod.

Osnova práce:

1. Úvod.
2. OD matice a jejich význam pro řešení problémů dopravy.
3. Charakteristika vybraných metod pro sestavu OD matic.
4. Porovnání vybraných metod.
5. Závěr.

Seznam doporučené odborné literatury:

ČERNÁ, A.; ČERNÝ, J. Teorie řízení a rozhodování v dopravních systémech. Pardubice: Institut Jana Pemera, o.p.s., 2004. 150 s. ISBN 80-86530-15-9

WILUMSEN, L.G. Estimation of an O-D matrix from traffic counts. Leeds: University of Leeds. 1978. 53 s.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 17.12.200

Datum odevzdání: 23.05.2011



doc. Ing. Vladimír Smrž, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 23.5. 2011

Handwritten signature in blue ink, reading "Loune Filip".

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на вѣдомі, же Высoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на вѣдомі, же оdevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 23.5. 2011



podpis

Jméno a příjmení autora práce: Filip Lorenz

Adresa trvalého pobytu autora práce: Havlíčkovo nám. 741/12, Ostrava – Poruba, 708 00

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Lorenz, F. *Metody pro tvorbu OD matic : bakalářská práce*. Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2011, 54 s. Vedoucí práce: Teichmann, D.

Bakalářská práce se zabývá charakteristikou metod, které slouží k vytváření OD matic. OD matice, tzv. matice intenzit přepravních vztahů, jsou nezbytným podkladem pro proces plánování dopravní nabídky. Úvodní kapitoly jsou věnovány významu OD matic v procesu plánování přepravní nabídky a stručné charakteristice metod, které se pro jejich sestavu používají. V teoretické části práce byly vybrány dva přístupy - gravitační a trendový model. Oba typy modelů jsou v práci blíže charakterizovány a následně jsou aplikovány do podmínek zvolených dopravních sítí. S oběma typy modelů byla provedena řada výpočetních experimentů. Výsledky experimentů jsou podrobeny zhodnocení a v závěru práce jsou shrnuty také výhody a nevýhody gravitačního a trendového modelu.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

Lorenz, F. *OD Matrix Creation Methods : Bachelor Thesis*. Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Institute of transport, 2011, 54 p. Thesis head: Teichmann, D.

Bachelor thesis deals with the characterization of methods that serves to create OD matrix. OD matrix, called matrix of intensity transport links, are necessary basis for planning process of transport offers. Introductory chapters are devoted to the significance of the OD matrix in the planning process of transport offers and brief description of the methods, which are used for their compilation. In the theoretical part of the thesis, two approaches have been select – gravity and trend model. Both types of methods are closely characterized in the thesis and then applied to the conditions of selected traffic network. Series of computing experiments have been made with both types of models. Results of experiments are subjected to evaluation and in the end of the thesis the advantages and disadvantages of the gravity and trend model are also summarized.

Poděkování

Touto formou bych chtěl poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce panu Ing. Dušanu Teichmannovy, Ph.D., který mi věnoval svůj čas a poskytnul mi neocenitelné rady při zpracování bakalářské práce.

Dále bych chtěl tímto poděkovat také panu Doc. Dr. Ing. Jiřímu Horákovi z Institutu geoinformatiky Hornicko-geologické fakulty VŠB-TU Ostrava, který mi poskytl informace ohledně kalibrace gravitačního modelu.

OBSAH

1. ÚVOD.....	9
2. O-D MATICE A JEJICH VÝZNAM PRO ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ DOPRAVY.....	11
2.1 Generování zdrojových a cílových proudů (Trip Generation)	12
2.1.1 Způsoby zjišťování aposteriorní poptávky	13
2.1.2 Způsoby zjišťování apriorní poptávky	13
2.2 Směřování proudů (Trip Distribution)	14
2.3 Dělbá přepravní práce (Modal Split)	14
2.4 Rozdělení proudů do sítě (Traffic Assignment)	16
3. CHARAKTERISTIKA VYBRANÝCH METOD PRO SESTAVU O-D MATIC.....	18
3.1 Tvorba apriorní O-D matice přepravních proudů	18
3.2 Tvorba aposteriorní O-D matice přepravních proudů	18
3.3 Tvorba O-D matice gravitačním modelem	18
3.3.1 Gravitační model č. 1	19
3.3.2 Gravitační model č. 2	20
3.3.3 Kalibrace gravitačního modelu	21
3.4 Zjišťování O-D matice pomocí trendového modelu	22
4. VÝPOČETNÍ EXPERIMENTY S VYBRANÝMI TYPY MODELŮ	25
4.1 Výpočetní experimenty I	25
4.1.1 Výpočet intenzit přepravní poptávky pro současné období	27
4.1.2 Vyhodnocení výsledků	29
4.2 Výpočetní experimenty II	29
4.2.1 Výpočetní experimenty s gravitačním modelem č. 1	30
4.2.2 Výpočetní experimenty s gravitačním modelem č. 2	36

4.3 Výpočetní experimenty III	41
5. POROVNÁNÍ VYBRANÝCH METOD	45
5.1 Porovnání metod z teoretického hlediska podle rozsahu vstupních údajů	45
5.2 Porovnání metod z teor. hlediska podle výpočetní náročnosti při kalibraci modelu	46
5.3 Porovnání metod z teoretického hlediska podle dostupnosti softwarového vybavení	47
5.4 Porovnání výsledků metod.....	47
6. ZÁVĚR	53
LITERATURA	54

1. ÚVOD

Základním cílem každého subjektu podnikajícího v oblasti osobní i nákladní dopravy je plánovat přepravní nabídku pokud možno v souladu s požadavky potenciálních uživatelů. Reflektuje-li přepravní nabídka požadavek uživatelů, dá se očekávat, že o nabízené služby projeví potenciální zákazníci zájem. Na druhou stranu ovšem ani plné pokrytí očekávaného zájmu ze strany uživatelů samo o sobě negeneruje plný zájem potenciálních uživatelů.

Plánování přepravní nabídky je charakteristické zejména pro systémy veřejné dopravy, jako například systémy městské hromadné dopravy, příměstské osobní dopravy, dálkové osobní i nákladní dopravy. Plánování přepravní nabídky vychází z předpokladu, že potencionálními uživateli budou subjekty, které nabízenou službu využívají opakovaně s větší či menší mírou pravidelnosti. Míra pravidelnosti závisí na různých faktorech, např. na potřebě uživatele využívat určitého prostorově rozmístěného potenciálu daného území. Například bude-li pro určité území charakteristický nedostatek pracovních příležitostí, budou se cesty ekonomicky produktivního obyvatelstva žijícího na tomto území omezovat pouze na občasnou dojížděku na úřady nebo za zdravotní péči či jinými sociálními službami.

Z předchozího textu je patrný význam přepravního plánování v kontextu poskytování dopravních služeb. Nebude-li plánování založeno na využívání účinných nástrojů, může docházet k nesprávným odhadům přepravní poptávky a v konečném důsledku k takové organizaci nabízených služeb, o kterou nebude ze strany uživatelů zájem.

Přepravní plánování, analogicky jako každý jiný plánovací proces, je do jisté míry zatíženo určitou mírou nepřesnosti. Tento fakt vyplývá především ze skutečnosti, že subjekt provádějící plánování nemá k dispozici všechny podstatné informace o poptávce, což může být způsobeno různými příčinami. První a základní příčinou je, že potenciální uživatelé nedokáží přesně specifikovat svůj požadavek v dostatečně dlouhodobém časovém horizontu. Například uživatelé městské hromadné dopravy nedokáží v určitém okamžiku definovat svůj požadavek za týden, měsíc, rok a podobně. Dopravce tak nemá základní informaci o tom, jak bude služba v průběhu období, na které provádí plánování, požadována. Při svém plánování je tak zcela odkázán na historická data případně na výsledky průzkumů realizovaných v období bezprostředně předcházejícím uvažované organizaci nabízených služeb.

Přepravní průzkumy vzhledem ke své finanční náročnosti nemohou být realizovány vyčerpávajícím způsobem, ale pouze v omezeném rozsahu. Přepravní plánování tak nemůže probíhat na základě všech potřebných údajů, ale pouze určitého vzorku. To znamená, že při něm nacházejí uplatnění zejména nepřímé metody. Nepřímých metod existuje celá řada, přičemž podrobnější informace jsou obsaženy zejména v zahraniční literatuře. Cílem předložené bakalářské práce je podat alespoň stručný výklad o uvedených metodách a vyplnit tak mezeru, která se v českých publikacích vyskytuje.

Předložená bakalářská práce bude věnována problematice výpočetních metod, jelikož jsou v této souvislosti zmiňovány různé přístupy, bude v rámci práce provedeno porovnání výsledků některých z nich.

2. O-D MATICE A JEJICH VÝZNAM PRO ŘEŠENÍ PROBLÉMU DOPRAVY

O-D matice (matice přepravních vztahů, v anglickém překladu Origin – Destination Matrix) představuje uspořádanou formu informací o poptávce po přepravě. Je důležitým mezičlánkem mezi poptávkou a nabídkou přepravních služeb. Primárně v sobě zahrnuje výstupy realizovaných přepravních průzkumů. Je tedy výstupem z přípravné fáze plánování dopravního procesu a vstupem pro skutečnou organizaci dopravní nabídky. Nejsou-li údaje v ní obsažené dostatečně relevantní, bude vytvořena taková nabídka, která nebude reflektovat skutečnou poptávku, o kterou, jak již bylo uvedeno výše v textu, nebude dostatečný zájem. Nabízená služba tak bude vysoce neefektivní, což má přímé dopady na veřejné rozpočty, ze kterých jsou zpravidla vzniklé ztráty dotovány.

Celý proces dopravního plánování je založen na výzkumu přepravní poptávky, jejíž hodnoty se zjišťují v pravidelných, zpravidla pětiletých intervalech (např. celostátní sčítání silniční dopravy). Poptávku je možno obecně rozdělit do dvou skupin:

- 1) poptávka aposteriorní
- 2) poptávka apriorní

1) poptávka aposteriorní

Poptávka vyplývající z údajů o využívání nabízených služeb v minulosti. Aposteriorní poptávka se tedy zjišťuje např. z prodaných počtů jízdních dokladů mezi zdroji a cíli cest uživatelům systému veřejné dopravy. Aposteriorní poptávka může být ale formulována např. následovně: z určitého místa jezdí každý pracovní den do určitého místa B v danou hodinu průměrně 23 obyvatel.

2) poptávka apriorní

Vyjadřuje velikost poptávky, která by existovala, kdyby existovala adekvátní nabídka. Podstatu apriorní poptávky lze demonstrovat na následujícím příkladu: Nechť je dán cíl určité cesty, ke které z jiného místa směřuje určitý počet obyvatel.

Část z nich využívá k přepravě individuální automobilovou dopravu a nehodlají změnit druh dopravy. Zbývající část obyvatel představuje apriorní poptávku.

Protože však např. spoj veřejné dopravy má stanoven odjezd z výchozího místa příliš brzy část obyvatel reprezentujících apriorní poptávku volí opět individuální automobilovou dopravu, která jim umožní odjet do cíle cesty později. Kdyby ovšem došlo k posunu odjezdu spoje veřejné dopravy na pozdější čas, využili by jej všichni obyvatelé, kteří striktně nesetrvávají na individuální automobilové dopravě. Jak je patrné, při stejné apriorní poptávce může aposteriorní poptávka výrazně kolísat v závislosti na tom, jak nabídka vyhovuje zákazníkům.

V dalším textu již bude věnována pozornost procesu plánování přepravní nabídky. Celý proces plánování přepravní nabídky probíhá obecně ve čtyřech etapách:

- 1) generování zdrojových a cílových proudů (Trip Generation),
- 2) směřování proudů (Trip Distribution),
- 3) dělba přepravní práce (Modal Split),
- 4) rozdělení proudů do sítě (Traffic Assignment).

2.1 Generování zdrojových a cílových proudů (Trip Generation)

Je první z přípravných etap vyskytujících se v procesu plánování přepravní nabídky. Základními pojmy vyskytujícími se v této souvislosti jsou zdrojový a cílový proud. Oba proudy jsou vždy vztaženy k uzlům dopravní sítě. Klíčovou informací je zjištění velikosti proudů.

Nechť symbol U reprezentuje množinu všech uzlů dopravní sítě. Velikost zdrojového proudu pro uzel $u \in I$ je dána jako součet velikostí všech proudů, které z něj vycházejí. Velikost cílového proudu pro uzel $u \in I$ je dána součtem velikostí všech proudů, které do něj směřují. Ve fázi definování zdrojových a cílových proudů se nebere na zřetel jejich směřování. To znamená, že v případě zdrojových proudů se nebere na zřetel, do jakých uzlů tyto proudy z uzlu $u \in I$ směřují, v případě cílových proudů se nebere na zřetel, odkud tyto proudy do daného uzlu $u \in I$ přicházejí. Součet všech zdrojových proudů bude označován symbolem b_u , součet všech cílových proudů budeme označovat symbolem c_u .

Při dopravním plánování se v první řadě vychází z předpokladu o zachování množství elementů v systému, což lze matematicky formulovat následujícím vztahem:

$$f = \sum_{u \in U} b_u = \sum_{u \in U} c_u$$

Způsob zjišťování velikostí zdrojových a cílových proudů probíhá v závislosti na druhu poptávky – probíhá jinak pro apriorní poptávku a jinak pro aposteriorní poptávku.

2.1.1 Způsoby zjišťování aposteriorní poptávky

Zjišťování aposteriorních zdrojových a cílových proudů probíhá pozorováním. Při pozorování se například zjišťují počty silničních vozidel přijíždějících/odjíždějících do/z určitého města po sběrných komunikacích nebo počty cestujících, kteří nastupují/vystupují do/ze spojů veřejné dopravy v daném uzlu.

2.1.2 Způsoby zjišťování apriorní poptávky

Zjišťování velikostí zdrojových a cílových přepravních proudů v případě apriorní poptávky probíhá především průzkumem a to přímým dotazováním. Zjišťování velikostí apriorních zdrojových a cílových přepravních proudů nemusí probíhat pouze výše uvedenými způsoby, může probíhat i určitými nepřímými způsoby. Jedním z nich je např. způsob založený na využití metod vícerozměrné regrese. Při tomto výpočtu se předpokládá závislost neznámé veličiny b_u respektive c_u na některých ukazatelích, například počtu obyvatel v přepravním okrsku, počtu domácností, průměrném příjmu, průměrném věku apod. Protože všechny zmiňované ukazatele jsou lineárního charakteru, je možno pro výpočet velikostí zdrojových a cílových proudů využít obecný vztah:

$$b_u = t_1 x_{u1} + \dots + t_k x_{uk}$$

Kde:

x_{ui} – je proměnná, která odpovídá hodnotě ukazatele $i \in I$ (I je množina ukazatelů) pro uzel $u \in U$.

2.2 Směrování proudů (Trip Distribution)

Je druhou etapou při plánování přepravní nabídky. Cílem uvedené fáze je vystihnout jaká část z vygenerovaných zdrojových a cílových proudů se vztahuje k jednotlivým relacím. Proud cestujících, kteří do dopravní sítě vstupují prostřednictvím určitého uzlu nebo vystupují prostřednictvím určitého uzlu, je totiž nutno rozdělit v souvislosti s předpokládanou přepravní poptávkou. Výsledkem z etapy Trip Distribution je O-D matice, tedy jeden z nejdůležitějších podkladů z hlediska plánování dopravní nabídky. Etapa Trip Distribution může probíhat nejčastěji čtyřmi způsoby – tvorbou apriorní O-D matice, tvorbou aposteriorní O-D matice, pomocí gravitačního modelu a pomocí trendového modelu.

2.3 Dělbá přepravní práce (Modal Split)

Předpokládejme, že pro dvojici určitých míst, pro které je zjištěna intenzita přepravního proudu existuje více možností z hlediska použití různých dopravních podsystemů (individuální automobilová doprava, veřejná hromadná doprava). Ve třetí etapě plánování přepravní nabídky se určuje, jakou část přepravní poptávky pojmu jednotlivé dopravní podsystemy.

Uvedený problém a jemu tematicky podobné spadají do disciplíny - teorie volby. V teorii volby se předpokládá existence n variant, přičemž každá z těchto variant přináší uživateli (v případě přepravní nabídky jde o cestujícího) určitý užitek (zisk, ztrátu). Označme užitek uživatele z akceptování varianty i symbolem u_i . Dá se očekávat, že uživatel bude z možných variant volit tu, která mu přináší největší užitek (resp. nejmenší ztrátu).

Tato úvaha by byla nepochybně správná ovšem pouze v případě, že by uživatelé hodnotili užitek tak, jak jej hodnotí tvůrce matematického modelu. Užitek jednotlivých variant pro uživatele je však vysoce subjektivní záležitost, proto se volbě jednotlivých variant připisují určité pravděpodobnosti. Dá se očekávat, že čím vyšší užitek, tím větší procento uživatelů volí tuto variantu. Pro pravděpodobnosti výběru variant i a j platí :

- a) představují – li veličiny u_i a u_j zisk uživatele z variant i a j , potom $u_i < u_j \Rightarrow p_i < p_j$
(čím větší zisk z výběru varianty, tím větší pravděpodobnost výběru varianty)
- b) představují – li veličiny u_i a u_j ztrátu uživatele z variant i a j , potom $u_i < u_j \Rightarrow p_i > p_j$
(čím menší ztráta z výběru varianty, tím větší pravděpodobnost výběru varianty)

Na základě matematické teorie volby byly pro různé typy vzájemné závislosti variant vytvořeny různé modely volby.

Nejčastěji využívaným modelem je model LOGIT (nebo také známy jako prostý LOGIT). Tento model se používá při určování pravděpodobností volby variant, které jsou vzájemně vylučitelné, např. uživatel volí mezi cestou autobusem, vlakem nebo osobním automobilem [1].

Pravděpodobnost volby varianty i se v případě prosté varianty modelu LOGIT počítá ze vztahu:

$$p_i = \frac{e^{au_i}}{\sum_{j=1}^m e^{au_j}}$$

Kde:

a – je vhodně zvolený parametr

u_i – užitek vyplývající z výběru varianty i

Pokud se jednotlivé varianty skládají z dílčích variant, používá se takzvaný hierarchický (hnízdový) LOGIT. Používá se například při zjištění pravděpodobnosti volby mezi variantami chůze z místa bydliště pěšky do sousední obce a odtud jízda autobusem do cíle cesty nebo chůze z místa bydliště pěšky do sousední obce a odtud jízda vlakem do cíle cesty nebo jízda osobním automobilem z místa bydliště přímo do cíle cesty. V tomto případě některé varianty tvoří „hierarchii“, např. mají společný způsob přepravy v první části trasy. Hierarchický LOGIT je tedy složitější variantou prostého modelu LOGIT.

Protože se však podle výsledků v praxi neprokázal rozdíl mezi výsledky zjištěnými na základě obou modelů jako významný a tedy použití hierarchické varianty modelu nepřináší zásadní kvalitativně významnější odchylky při procesu plánování dopravní nabídky, upřednostňuje se jednodušší varianta modelu, tj. prostý LOGIT [1].

V případě, že uživatel volí pouze mezi dvěma variantami (alternativami), přichází v úvahu ještě třetí způsob - grafické znázornění pravděpodobnosti výběru jedné z variant. Při tomto způsobu se pravděpodobnost volby jedné z variant vyjádří jako určitá funkce, znázorní se její graf, ze kterého se odečte hledaná hodnota pravděpodobnosti. Pravděpodobnost druhé varianty se vypočítá na základě pravděpodobnosti jevu opačného (je to dopočet do hodnoty 1).

2.4 Rozdělení proudů do sítě (Traffic Assignment)

Čtvrtá etapa – rozdělení proudů do sítě je poslední z etap předcházejících vlastnímu naplánování dopravní poptávky. Provádí se v rámci jednotlivých podsystémů odděleně. Vstupy do čtvrté fáze jsou O-D matice vytvořené pro jednotlivé dopravní podsystémy. Cílem této fáze je odhadnout, jak se jednotliví uživatelé, pro které známe výchozí a cílové uzly (stanoveno na základě druhé fáze) a druh zvoleného dopravního podsystému (stanoveno na základě třetí fáze), budou ve skutečnosti po dopravní síti pohybovat. Volba trasy uživatele v rámci daného dopravního podsystému závisí na technologických zvláštěnostech jednotlivých podsystémů. Bude tedy různá např. v podsystému individuální automobilové dopravy, veřejné hromadné dopravy, železniční nákladní dopravy apod.

Volbu trasy, kterou daný přepravní proud z uzlu u do uzlu v využívá, závisí na vůli dvou subjektů:

- 1) poskytovatele dopravní nabídky (tj. provozovatel dopravního systému nebo podsystému)
- 2) uživatele dopravní nabídky (zákazníka využívajícího nabídku)

V případě některých dopravních podsystémů vliv některého ze subjektů převažuje (někdy dokonce výrazně), ve zbývajících případech jsou vlivy jednotlivých subjektů vyrovnané. Příkladem podsystému, ve kterém převažuje vliv dopravce je podsystém nákladní železniční dopravy, kdy o trasách přepravovaných zásilek rozhoduje výhradně dopravce (na základě plánu vlakové tvorby).

Příkladem podsystemu, ve kterém převažuje vliv zákazníka je podsystem individuální automobilové dopravy, v případě MHD je tomu podobně jako ve druhém případě - cestující si volí trasu v závislosti na svých potřebách, dopravce může volbu trasy ovlivnit tím, že jednu trasu učiní pro cestujícího přitažlivější, než druhou (např. kratšími intervaly, nižším tarifem atd.) [1].

Vliv dopravce (pokud nějaký vliv na volbu trasy má) se zpravidla uplatňuje mnohem dříve než vliv uživatele. Například, v případě dopravní sítě MHD je dopravní síť dopředu definována a uživatel si pouze volí jednu z nabízených tras, kterou za účelem splnění svých potřeb v konečném důsledku využije.

Studiem odborné literatury bylo zjištěno, že existuje značné množství metod tvorby O-D matice, které se od sebe více či méně liší. Jednotlivý popis a zhodnocení těchto metod bude uveden v dalších částech této práce.

3. CHARAKTERISTIKA VYBRANÝCH METOD PRO SESTAVU O-D MATIC

3.1 Tvorba apriorní O-D matice přepravních proudů

Tvorba apriorní O-D matice probíhá podobně jako ve fázi Trip Generation přímým průzkumem, např. formou ústního dotazování, nebo prostřednictvím doručených písemných dotazníků. Klíčovým dotazem, jak při ústním dotazování tak i při koncipování písemných dotazníků, je dotaz související s požadovanými přepravními relacemi ze strany cestujícího a intenzitou těchto cest. Přestože jak ústní dotazování, tak i písemné dotazníky jsou založeny na dobrovolnosti odpovědí tázaných osob, je dobré jej uskutečnit a jeho výsledky konfrontovat s výsledky získanými jinými způsoby.

3.2 Tvorba aposteriorní O-D matice přepravních proudů

Tvorba aposteriorní O-D matice je rovněž založena na průzkumech, forma průzkumu se ovšem liší. Při tvorbě aposteriorní O-D matice se přepravní poptávka nezjišťuje přímým dotazováním, ale nepřímo, prostřednictvím přepravních dokumentů, sčítacích lístků nebo vyhodnocováním pohybu vozidel na vstupních a výstupních místech ze sledované oblasti.

3.3 Tvorba O-D matice gravitačním modelem

Použití gravitačního modelu přichází v úvahu v situacích, kdy se realizátor přepravního průzkumu rozhodne provést přepravní průzkum pouze ve vybraných relacích a na základě zjištěných hodnot přepravní poptávky pak usoudit na hodnoty přepravní poptávky v relacích, v nichž se průzkum neprovádí.

V gravitačním modelu se předpokládá, že vysoká přepravní poptávka se vyskytuje v případech, kdy jsou významné přepravní uzly z hlediska intenzit zdrojových a cílových přepravních proudů blízko sebe. Se snižujícími se intenzitami zdrojových a cílových proudů a zvyšující se přepravní vzdáleností (zohledněnou prostřednictvím ceny za přepravu a doby trvání přepravy) se dá očekávat, že přepravní poptávka bude klesat. Cena přepravy a doba trvání přepravy se zohledňuje prostřednictvím agregované veličiny - tzv. dopravního odporu.

Dopravní odpor mezi uzly $u \in I$ a $v \in I$ označme r_{uv} . Platí, že s rostoucí hodnotou r_{uv} roste dopravní odpor týkající se relace spojující uzly u a v , a tím dochází ke snižování přepravní poptávky.

Ve vybraných relacích, v nichž se provádí průzkum, se vychází ze zdrojových a cílových intenzit u jednotlivých uzlů, tj. hodnot veličin b_u a c_u a dále ze známých hodnot ceny přepravy p_{uv} a doby přepravy t_{uv} mezi jednotlivými uzly.

Základem gravitačního modelu je fyzikální analogie o přitažlivosti dvou těles o hmotnostech p a q na vzdálenost r , která je vyjádřena vztahem

$$f = g * \frac{p * q}{r^2}$$

Kde:

g – je gravitační konstanta

Odborná literatura uvádí různé typy gravitačních modelů, v práci budou uvedeny dva z nich.

3.3.1 Gravitační model č. 1

$$f_{uv} = k * b_u * c_v * \exp(\gamma * D_{uv})$$

Kde:

k – parametr gravitačního modelu

γ – parametr gravitačního modelu

b_u – velikost zdrojového proudu vycházejícího z uzlu u

c_v – velikost cílového proudu vcházejícího do uzlu v

D_{uv} – vzdálenost mezi uzly u a v

3.3.2 Gravitační model č. 2

Při zjišťování hodnot prvků OD matice se předpokládá podobný tvar, tzn. že intenzitu přepravního proudu z uzlu u do uzlu v vypočítáme ze vztahu

$$f_{uv} = \gamma \cdot \frac{b_u \cdot c_v}{r_{uv}}$$

Kde:

b_u – velikost zdrojového proudu vycházejícího z uzlu u

c_v – velikost cílového proudu vcházejícího do uzlu v

r_{uv} – je tzv. dopravní odpor mezi uzly u a v , který se vypočítá ze vztahu

$$r_{uv} = \alpha \cdot p_{uv} + \beta \cdot t_{uv} + \gamma \cdot D_{uv}$$

nebo

$$r_{uv} = \gamma_{uv}^\beta$$

α, β, γ – jsou vhodné konstanty

p_{uv} – je cena přepravy mezi uzly u a v

t_{uv} – je doba přepravy mezi uzly u a v

D_{uv} – je vzdálenost mezi uzly u a v

Zvolený tvar vzorce je podpořen úvahou, že intenzita přepravního proudu je přímo závislá na intenzitách zdrojových a cílových proudů a nepřímo závislá na dopravním odporu.

Základním úkolem, který je při použití gravitačního modelu zapotřebí vyřešit, je určení hodnot konstant γ , α a β . Jak již bylo uvedeno, hodnoty uvedených konstant se odhadují pouze na základě těch relací, ve kterých se provádí průzkum. Protože se předpokládá, že váha ceny přepravy a váha doby trvání přepravy je na určitém území konstantní (vzhledem k sociálně – ekonomickým parametrům), využívá se odhadnutých hodnot vah k výpočtu přepravní poptávky i v relacích, ve kterých nebyl prováděn přepravní průzkum.

Procesu zjišťování parametrů g , α a β se říká kalibrace modelu. Literatura [1] uvádí, že pokud se výsledky získané na základě kalibrovaného gravitačního modelu neliší od hodnot získaných průzkumem o více než o 10%, je model k následné optimalizaci dopravní nabídky vhodný.

3.3.3 Kalibrace gravitačního modelu

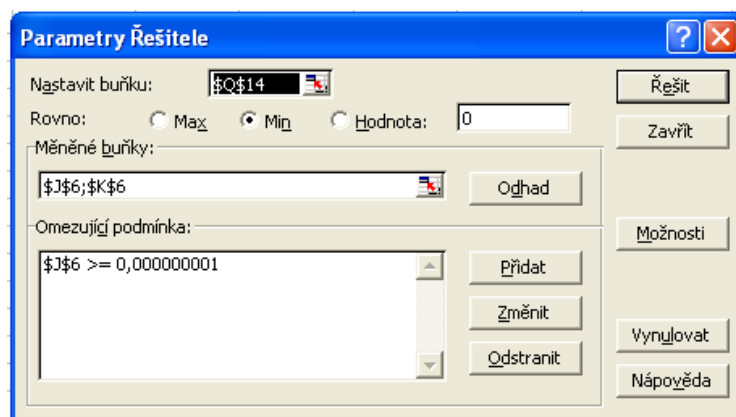
V případě gravitačního modelu se kalibrací modelu rozumí určení hodnot parametrů gravitačního modelu tak, aby se v relacích, ve kterých byl proveden průzkum, vypočítané hodnoty intenzit přepravních vztahů co nejvíc přibližovaly hodnotám naměřeným.

Fáze kalibrace je tedy nejdůležitější a z výpočetního hlediska také nejobtížnější fází výpočtu. Efektivita použitého gravitačního modelu je posuzována prostřednictvím celkové odchylky, která vznikne jako součet odchylek mezi vypočítanými a naměřenými hodnotami intenzit ve známých relacích. Model je považován za kalibrovaný tehdy, dosáhne-li celková odchylka minimální hodnoty.

Kalibrace s programem řešitel

Nejdostupnějším způsobem kalibrace gravitačního modelu je způsob, při kterém využíváme programu MS Excel, konkrétně vestavěného doplňku *Řešitel*.

Na obr. č. 1 je znázorněno pracovní okno doplňku Řešitel, ve kterém se nastavuje základní rámec výpočtu - omezující podmínky, typ hledaného extrému a vazby na buňky v aktuálním souboru se vstupními daty.



Obr. č. 1: Vstupní pracovní okno doplňku Řešitel

Pomocí tlačítka *Možnosti* lze otevřít další pracovní okno, kde může zadavatel upřesnit parametry výpočtu, např. počet iterací nebo metodu řešení, viz obr. č. 2.



Obr. č. 2: Druhé Pracovní okno doplňku Řešitel

Např. zatržením položky „Zobrazit výsledek iterace“ se po každé provedené iteraci výpočet zastaví a zobrazí výsledek iterace. Pomocí zaškrtnutí položky „Lineární model“ bude výpočet urychlen za předpokladu, že všechny vztahy v modelu jsou lineární a úlohou je vyřešit lineární optimalizační problém. Zaškrtnutím položky „Automatické měřítko“ provede automatickou úpravu měřítka v případě, kdy se výrazně liší hodnoty vstupů a výstupů. Funkce položek „Derivace“ a „Metoda“ jsou blíže popsány v experimentální části práce.

3.4 Zjišťování O-D matice pomocí trendového modelu

Výše uvedené postupy vedoucí k tvorbě O-D matice využívaly pouze hodnoty platné pro období, ve kterém se prováděl průzkum. Jak již plyne z názvu, trendový model bude k odhadu přepravní poptávky vyžadovat i znalost hodnot o přepravní poptávce v minulosti.

Pro trendový model není zapotřebí znát cenu přepravy, dobu trvání přepravy a dopravní odpor, je však zapotřebí znát jak se přepravní poptávka vyvíjela v minulosti. Označme tedy f_u' hodnotu intenzity přepravní poptávky z uzlu u do uzlu v získanou při provádění předchozího průzkumu, b_u' bude označovat získané původní hodnoty součtu všech zdrojových proudů vycházejících z uzlu u a c_u' bude označovat získané původní hodnoty součtu všech cílových proudů vcházejících do uzlu u .

Tedy platí:

$$b'_u = \sum_{v \in V} f'_{uv} \quad (1.)$$

$$c'_u = \sum_{v \in V} f'_{vu} \quad (2.)$$

Vztah (1.) uvádí, že hodnota zdrojového proudu vycházejícího z uzlu u , vzniká součtem hodnot dílčích zdrojových proudů vedoucích z uzlu u do všech uzlů sítě (včetně uzlu u , potom $f'_{uu} = 1$).

Vztah (2.) uvádí, že hodnota cílového proudu vcházejícího do uzlu u , vzniká součtem hodnot dílčích cílových proudů vedoucích do uzlu u ze všech uzlů sítě (včetně uzlu u , kdy $f'_{uu} = 1$).

Porovnáním hodnot b'_u, b_u a c'_u, c_u se získají určité trendy jejich vývoje, a to na základě následujících vztahů

$$k'_u = \frac{b_u}{b'_u}, \quad k'_v = \frac{c_v}{c'_v}$$

a případně i celkový trend

a z těchto hodnot usoudíme na koeficient trendu vývoje hodnot pro jednotlivou relaci

$$k_{uv} = \frac{f_{uv}}{f'_{uv}}$$

Hodnoty k'_u a k'_v nabývají nezáporných hodnot. Je-li například $k'_u = 0$, potom to znamená, že v současném průzkumu bylo zjištěno, že do uzlu u nevstupují žádní cestující.

Je-li hodnota $k'_u \in (0;1)$ potom došlo ve srovnání s předchozím průzkumem k poklesu zdrojové přepravní poptávky v uzlu u . Je-li $k'_u = 1$ potom ve srovnání s předchozím průzkumem nedošlo k nárůstu nebo snížení přepravní poptávky. Je-li $k'_u > 1$ potom došlo ke zvýšení zájmu o přepravu ve srovnání s obdobím, kdy byl prováděn předchozí průzkum. Analogicky je možno usoudit na trend v intenzitě cestujících pro relaci zdrojový uzel u a cílový uzel v podle vztahu:

$$k_{uv} = \frac{f_{uv}}{f'_{uv}}$$

případně i na celkový trend

$$k = \frac{f}{f'} = \frac{\sum_{u \in V'} b_u}{\sum_{u \in V'} b'_u} = \frac{\sum_{v \in V'} c_v}{\sum_{v \in V'} c'_v}$$

Jedním z nejčastěji užívaných trendových modelů je tzv. „Detroitský model“, který je považován za poměrně úspěšný [1].

V Detroitském modelu se pro odhady trendových koeficientů a intenzit cestujících požadujících přepravu v relaci mezi zdrojovým uzlem u a cílovým uzlem v , využívají vztahy:

$$k_{uv} = \frac{t'_u t'_v}{k}$$

a tedy

$$f_{uv} = t_{uv} f'_{uv} = \frac{t'_u t'_v}{k} f'_{uv}$$

Výraz k_u' , k_v'' se označuje jako koeficient růstu oblastí reprezentovaných uzly u a v . Koeficient k se nazývá koeficient růstu studovaného území.

Metoda je založena na úvaze, že na objem přepravy mezi dvěma oblastmi (zpravidla městskými obvody) nemá vliv pouze růst těchto oblastí, ale i růst celého města. Kromě těchto známých faktů má na výhledový objem přepravy také vliv současný objem přepravy.

4. VÝPOČETNÍ EXPERIMENTY S VYBRANÝMI TYPY MODELŮ

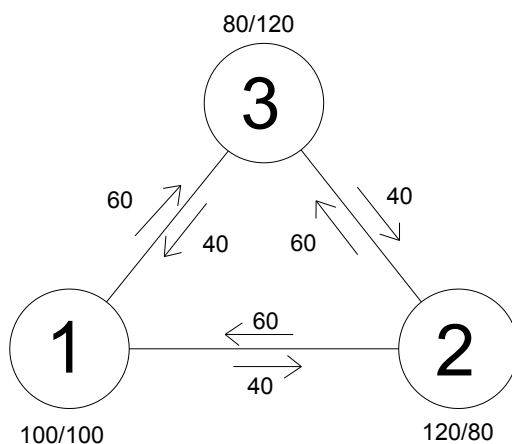
V předchozí kapitole byly podrobněji teoreticky rozebrány dva přístupy pro řešení úloh o tvorbě matic intenzit přepravní poptávky – gravitační modely a trendové modely. V kapitole 4 budou ve zvolených dopravních sítích realizovány výpočetní experimenty s uvedenými dvěma typy modelů. Výpočetní experimenty budou prováděny za účelem praktického ověření teoretických postupů popsaných v předchozí kapitole a porovnání výsledků různých přístupů k řešení úlohy. S uvedenými dvěma typy modelů byly celkem prováděny tři typy experimentů.

První skupina experimentů (Výpočetní experimenty I) se zaměřila na praktickou aplikaci trendového modelu, druhá skupina experimentů (Výpočetní experimenty II) se zaměřila na kalibraci gravitačních modelů a odhady intenzit přepravních vztahů a třetí skupina experimentů (Výpočetní experimenty III) se zaměřila na zkoumání vlivu různých kombinací výpočetních metod na výsledky odhadů intenzit přepravní poptávky v gravitačních modelech.

4.1 Výpočetní experimenty I

Výpočetní experimenty v první skupině byly zaměřeny na praktickou aplikaci trendového modelu.

K realizaci výpočetních experimentů první skupiny byla zvolena modelová síť, viz obr. č. 3. Dalšími vstupními údaji byly hodnoty intenzit zdrojových a cílových proudů (ohodnocení vrcholů) a hodnoty intenzit přepravních vztahů pro jednotlivé relace z minulého období (ohodnocení hran).



Obr. č. 3: Modelová síť se zadanými hodnotami pro původní období

Tabulka č. 1: Zadané hodnoty - původní

Zadané hodnoty - původní		
uzel	původní hodnoty zdrojových proudů - b'	původní hodnoty cílových proudů - c'
1	100	100
2	120	80
3	80	120
Σ	300	300

Tabulka č. 2: Zadané hodnoty - nové

Zadané hodnoty - nové		
uzel	nové hodnoty zdrojových proudů - b	nové hodnoty cílových proudů - c
1	90	80
2	120	90
3	50	90
Σ	260	260

Tabulka č. 3: Původní hodnoty intenzity přepravních toků

Zadané hodnoty	
relace	původní intenzita přepravního toku - f'
T_{12}	40
T_{13}	60
T_{21}	60
T_{23}	60
T_{31}	40
T_{32}	40

4.1.1 Výpočet intenzit přepravní poptávky pro současné období

V první části výpočtu byly vypočítány hodnoty koeficientů trendů a celkový trend. Následně, na základě těchto hodnot, byla vypočítána hodnota intenzit přepravní poptávky pro jednotlivé relace.

Výpočet koeficientů trendů

Výpočet byl proveden pomocí vztahu:

$$k''_u = \frac{b_u}{b'_u}, k'_v = \frac{c_v}{c'_v}$$

Výpočet

$$k'_1 = \frac{b_1}{b'_1} = \frac{90}{100} = 0,9$$

$$k'_2 = \frac{b_2}{b'_2} = \frac{120}{120} = 1$$

$$k'_3 = \frac{b_3}{b'_3} = \frac{50}{80} = 0,625$$

$$k''_1 = \frac{c_1}{c''_1} = \frac{80}{100} = 0,8$$

$$k''_2 = \frac{c_2}{c''_2} = \frac{90}{80} = 1,125$$

$$k''_3 = \frac{c_3}{c''_3} = \frac{90}{120} = 0,75$$

Výpočet koeficientu celkového trendu

Byl proveden na základě vztahu:

$$k = \frac{f}{f'} = \frac{\sum_{u \in V'} b_u}{\sum_{u \in V'} b'_u} = \frac{\sum_{v \in V'} c_v}{\sum_{v \in V'} c'_v},$$

Výpočet

$$k = \frac{\sum_{u \in V'} b_u}{\sum_{u \in V'} b'_u} = \frac{90 + 20 + 0}{100 + 20 + 0} = \frac{110}{120} = 0,916666$$

Výpočet intenzit přepravní poptávky

Tento výpočet byl proveden pomocí následujícího vztahu:

$$f_{uv} = \frac{r'_{uv}}{k} f'_{uv}$$

Výpočet

$$f_{12} = \frac{0,9 \cdot 1,125}{0,916666} \cdot 40 = 47$$

$$f_{13} = \frac{0,9 \cdot 0,75}{0,916666} \cdot 60 = 47$$

$$f_{21} = \frac{1 \cdot 0,8}{0,916666} \cdot 60 = 51$$

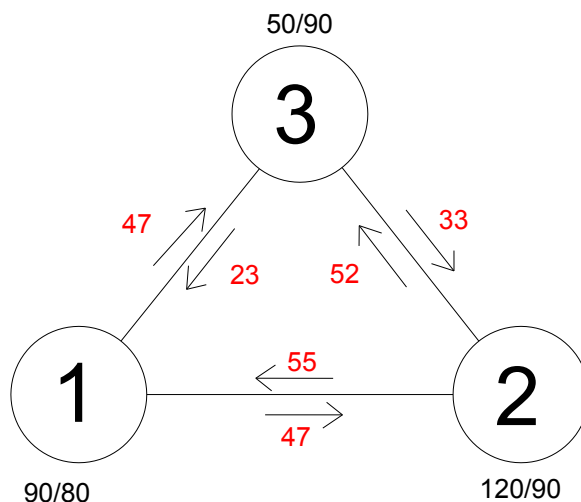
$$f_{23} = \frac{1 \cdot 0,75}{0,916666} \cdot 60 = 49$$

$$f_{31} = \frac{0,625 \cdot 0,8}{0,916666} \cdot 40 = 27$$

$$f_{32} = \frac{0,625 \cdot 1,125}{0,916666} \cdot 40 = 29$$

4.1.2 Vyhodnocení výsledků

Výsledná síť s hodnotami intenzit přepravních vztahů vypočítanými pomocí trendového modelu je uvedena na obr. č. 4.



Obr. č. 4: Modelová síť s vypočtenými intenzitami přepravních vztahů

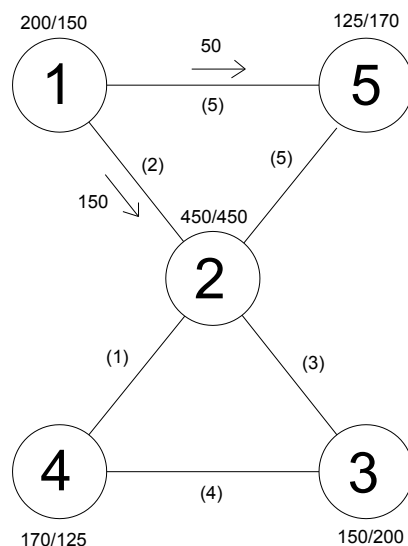
Jak je z výsledků patrné, vypočítané hodnoty někdy překračují a někdy nedosahují hodnot intenzit zdrojových a cílových proudů v současném období (součty intenzit vztažmo k jednotlivým uzlům se liší od skutečných zjištěných průzkumem v etapě Trip generation). Příčinou je patrně zavedení vlivu koeficientu celkového trendu do výpočtu. Ovšem součet všech vypočtených hodnot intenzit přepravních vztahů je přibližně roven součtu všech intenzit zdrojových popř. cílových proudů, což vyhovuje výše zmíněné povolené 10% toleranci stanovené k posouzení vhodnosti modelu.

4.2 Výpočetní experimenty II

Výpočetní experimenty ve druhé skupině byly zaměřeny na odhady intenzit přepravních vztahů pomocí gravitačních modelů.

První krok je vytvoření modelové sítě, viz. obr. č.5 včetně zadání zdrojových a cílových proudů pro jednotlivé uzly a návrhů intenzit přepravních proudů pro vybrané relace. Ve skupině výpočetních experimentů II byla prováděna celá řada experimentů, které se od sebe lišily zejména počtem relací se známými intenzitami.

Pro výpočet byly nejprve použity dvě známé hodnoty intenzit přepravních proudů a následně byl tento počet zvyšován až na pět. Výsledky experimentů byly porovnávány prostřednictvím chyb mezi známými intenzitami a modelem vypočítanými intenzitami.



Obr. č. 5: Modelová síť se zadanými hodnotami zdrojových a cílových proudů a intenzit pro dvě relace

Tabula č. 4: Zadané hodnoty

ZADANÉ HODNOTY		
uzly	b_u (zdrojové)	c_v (cílové)
1	200	150
2	450	450
3	150	200
4	170	125
5	125	170
Σ	1095	1095

4.2.1 Výpočetní experimenty s gravitačním modelem č. 1

Jak již bylo uvedeno, hodnota intenzity přepravního proudu se v gravitačním modelu č. 1 stanoví na základě vztahu:

$$f_{uv} = k * b_u * c_v * \exp \gamma * D_{uv} + \varepsilon$$

Pro získání hodnot parametrů k a γ je nutno nejdříve vypočítat chybu ε pro skutečné toky ze vztahu:

$$\ln(f_{uv}) = \ln k + \ln Z_u + \ln(C_v) + \gamma * D_{uv} + \varepsilon$$

$$\varepsilon = \ln f_{uv} - \ln k - \ln Z_u - \ln C_v - \gamma * D_{uv}$$

Chybu ε poté umocníme na druhou. Následně provedeme součet všech umocněných chyb. Tato celková chyba slouží ke zjištění parametrů k a γ . Za účelem zjištění hodnot parametrů k a γ (kalibrace modelu) se použije již dříve zmíněný vestavěný doplněk MS Excel „Řešitel“. V této funkci se do položek „Měněné buňky“ nastaví hodnoty parametrů k a γ a v položce „Nastavit buňku“ bude definována celková chyba. Dále se v Řešiteli zatrhne v položce „Rovno“ varianta „Min“, což zajistí, že Řešitel vyhledá takové hodnoty parametrů k a γ , při kterých bude celková chyba minimální. V neposlední řadě se nastaví omezující podmínky. Omezující podmínka byla zvolena ve tvaru:

$$k \geq 0,000000001$$

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot dvou intenzit přepravních proudů v relacích T_{12} a T_{15}

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 5 a 6. V tab. č. 7 jsou pak uvedeny souhrnně hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 8 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 5: Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama		Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd	Ln(skut.Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	665015,0489	664865	1	1		5,2983	6,109	2	5,01063529	-8,396929655	70,5084
T ₁₅	200	170	5	50	5046047,409	5045997	Ln(k)			5,2983	5,136	5	3,91202301	-11,5220928	132,759
								0							
														suma chyb^2	203,267

Tabulka č. 6: Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama		Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd	Ln(skut.Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	150,0023473	0,002347	0,001812	-0,0417104		5,2983	6,109	-0,08342	5,01063529	-1,56485E-05	2,4E-10
T ₁₅	200	170	5	50	50,00237844	0,002378	Ln(k)			5,2983	5,136	-0,20855	3,91202301	-4,75676E-05	2,3E-09
								-6,31349							
														suma chyb^2	2,5E-09

Tabulka č. 7: Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	0,004726
Průměrná velikost chyby	0,00157524
Směrodatná odchylka chyby	0,000788

Tabulka č. 8: Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok
T ₁₅	200	170	5	50	50,00237844
T ₁₂	200	450	2	150	150,0023473
T ₂₁	450	150	2		112,5017605
T ₂₃	450	200	3		143,8743767
T ₂₄	450	125	1		97,74457722
T ₂₅	450	170	5		112,5053515
T ₃₂	150	450	3		107,9057825
T ₃₄	150	125	4		28,7493227
T ₄₂	170	450	1		132,932625
T ₄₃	170	200	4		52,13210517
T ₅₁	125	150	5		27,57484105
T ₅₂	125	450	5		82,72452315

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot intenzit tří přepravních proudů v relacích T₁₂, T₁₅ a T₂₃

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 9 a 10. V tab. č. 11 jsou pak uvedeny souhrnně hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 12 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 9: Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama	Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd.	Ln(skut.Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	665015,0489	664865	1	1	5,298317	6,109248	2	5,01063529	-8,396929655	70,50843
T ₁₅	200	170	5	50	5046047,409	5045997	Ln(k)		5,298317	5,135798	5	3,91202301	-11,5220928	132,7586
T ₂₃	450	200	3	100	1807698,323	1807598	0		6,109248	5,298317	3	4,60517019	-9,802394763	96,08694
													suma chyba^2	299,354

Tabulka č. 10: Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama	Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd.	Ln(skut.Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	128,3379431	21,6621	0,0015	-0,0158	5,298317	6,109248	-0,03152	5,01063529	0,155968329	0,024326
T ₁₅	200	170	5	50	46,24406987	3,75593	Ln(k)		5,298317	5,135798	-0,07881	3,91202301	0,078089769	0,006098
T ₂₃	450	200	3	100	126,3309989	26,331	-6,521		6,109248	5,298317	-0,04728	4,60517019	-0,233735252	0,054632
													suma chyba^2	0,085056

Tabulka č. 11: Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	51,749
Průměrná velikost chyby	17,249662
Směrodatná odchylka chyby	9,730034

Tabulka č. 12: Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok
T ₁₅	200	170	5	50	46,24406987
T ₁₂	200	450	2	150	128,3379431
T ₂₁	450	50	2		96,25345734
T ₂₃	450	200	3	100	126,3309989
T ₂₄	450	125	1		81,48548154
T ₂₅	450	170	5		104,0491572
T ₃₂	150	450	3		94,74824916
T ₃₄	150	125	4		25,90738316
T ₄₂	170	450	1		110,8202549
T ₄₃	170	200	4		46,97872147
T ₅₁	125	150	5		25,50224442
T ₅₂	125	450	5		76,50673325

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot intenzit čtyř přepravních proudů v relacích T₁₂, T₁₅, T₂₃ a T₂₅

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 13 a 14. V tab. č. 15 jsou pak uvedeny souhrnné hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 16 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 13: Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama	Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd.	Ln(skut.Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	665015,0489	664865	1	1	5,298317	6,109248	2	5,01063529	-8,396929655	70,50843
T ₁₅	200	170	5	50	5046047,409	5045997	Ln(k)		5,298317	5,135798	5	3,91202301	-11,5220928	132,7586
T ₂₃	450	200	3	100	1807698,323	1807598	0		6,109248	5,298317	3	4,60517019	-9,802394763	96,08694
T ₂₅	450	170	5	120	11353606,67	11353487			6,109248	5,135798	5	4,78749174	-11,45755428	131,2756
													suma chyba^2	430,6295

Tabulka č. 14: Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama	Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd.	Ln(skut.Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	126,8794928	23,12051	0,001	0,011	5,298317	6,109248	0,021645	5,01063529	0,167397534	0,028022
T ₁₅	200	170	5	50	49,51403706	0,485963	Ln(k)		5,298317	5,135798	0,054113	3,91202301	0,009766799	9,54E-05
T ₂₃	450	200	3	100	128,2601074	28,26011	-6,59		6,109248	5,298317	0,032468	4,60517019	-0,248890105	0,061946
T ₂₅	450	170	5	120	111,4065834	8,593417			6,109248	5,135798	0,054113	4,78749174	0,07430532	0,005521
													suma chyba^2	0,095585

Tabulka č. 15: Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	60,45999
Průměrná velikost chyby	15,114999
Směrodatná odchylka chyby	11,10655

Tabulka č. 16: Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok
T ₁₅	200	170	5	50	49,51403706
T ₁₂	200	450	2	150	126,8794928
T ₂₁	450	150	2		95,15961961
T ₂₃	450	200	3	100	128,2601074
T ₂₄	450	125	1		78,44608714
T ₂₅	450	170	5	120	111,4065834
T ₃₂	150	450	3		96,19508054
T ₃₄	150	125	4		27,01161351
T ₄₂	170	450	1		106,6866785
T ₄₃	170	200	4		48,98105917
T ₅₁	125	150	5		27,30553514
T ₅₂	125	450	5		81,91660543

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot intenzit pěti přepravních proudů v relacích T₁₂, T₁₅, T₂₃, T₂₅ a T₄₃

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 17 a 18. V tab. č. 19 jsou pak uvedeny souhrnně hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 20 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 17: Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama	Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd.	Ln(skut. Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	665015,0489	664865	1	1	5,298317	6,109248	2	5,01063529	-8,396929655	70,50843
T ₁₅	200	170	5	50	5046047,409	5045997	Ln(k)		5,298317	5,135798	5	3,91202301	-11,5220928	132,7586
T ₂₃	450	200	3	100	1807698,323	1807598	0		6,109248	5,298317	3	4,60517019	-9,802394763	96,08694
T ₂₅	450	170	5	120	11353606,67	11353487			6,109248	5,135798	5	4,78749174	-11,45755428	131,2756
T ₄₃	170	200	4	100	1856337,101	1856237			5,135798	5,298317	4	4,60517019	-9,828945618	96,60817
													suma chyba^2	527,2377

Tabulka č. 18: Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	Chyba	k	gama	Ln(Z)	Ln(C)	gama*vzd.	Ln(skut. Tok)	chyba	chyba^2
T ₁₂	200	450	2	150	141,0460107	8,953989	0,0015	0,032	5,298317	6,109248	0,063276	5,01063529	0,06154914	0,003788
T ₁₅	200	170	5	50	58,58927056	8,589271	Ln(k)		5,298317	5,135798	0,158191	3,91202301	-0,158528578	0,025131
T ₂₃	450	200	3	100	145,5797936	45,57979	-6,522		6,109248	5,298317	0,094915	4,60517019	-0,37555416	0,141041
T ₂₅	450	170	5	120	131,8258588	11,82586			6,109248	5,135798	0,158191	4,78749174	-0,093990057	0,008834
T ₄₃	170	200	4	100	56,76462838	43,23537			5,135798	5,298317	0,126553	4,60517019	0,566256794	0,320647
													suma chyba^2	0,499441

Tabulka č. 19: Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	118,1843
Průměrná velikost chyby	23,64
Směrodatná odchylka chyby	17,01241

Tabulka č. 20: Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok
T ₁₅	200	70	5	50	58,58927056
T ₁₂	200	450	2	150	141,0460107
T ₂₁	450	150	2		105,784508
T ₂₃	450	200	3	100	145,5797936
T ₂₄	450	125	1		85,40838947
T ₂₅	450	170	5	120	131,8258588
T ₃₂	150	450	3		109,1848452
T ₃₄	150	125	4		31,304023
T ₄₂	170	450	1		116,1554097
T ₄₃	170	200	4		56,76462838
T ₅₁	125	150	5		32,3102595
T ₅₂	125	450	5		96,9307785

4.2.2 Výpočetní experimenty s gravitačním modelem č. 2

Jak již bylo uvedeno, hodnota intenzity přepravního proudu se v gravitačním modelu č. 2 stanoví na základě vztahu:

$$f_{uv} = g * \frac{b_u * c_v}{D_{uv}^\beta} + \dots$$

Pro získání parametrů β a g byl použit stejný postup jako v předcházejícím případě. Struktura výpočetních experimentů zůstává nezměněna.

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot dvou intenzit přepravních proudů v relacích T_{12} a T_{15}

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 21 a 22. V tab. č. 23 jsou pak uvedeny souhrnně hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 24 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 21 Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdalenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T_{12}	200	450	2	150	45000	44850	1,0000E+00	1	-44850	2011522500
T_{15}	200	170	5	50	6800	6750			-6750	45562500
									suma chyba ²	2,057E+09

Tabulka č. 22 Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdalenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T_{12}	200	450	2	150	149,9997763	0,000223676	1,8322E-03	0,136581357	0,000223676	5,00309E-08
T_{15}	200	170	5	50	50,00067102	0,000671017			-0,00067102	4,50264E-07
									suma chyba ²	5,00295E-07

Tabulka č. 23 Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	0,0008947
Průměrná velikost chyby	0,000223673
Směrodatná odchylka chyby	0,0003163

Tabulka č. 24 Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný tok	Teoretický tok
T ₁₅	200	170	5	50	50,00067102
T ₁₂	200	450	2	150	149,9997763
T ₂₁	450	150	2		112,4998322
T ₂₃	450	200	3		141,9187667
T ₂₄	450	125	1		103,0589502
T ₂₅	450	170	5		112,5015098
T ₃₂	150	450	3		106,439075
T ₃₄	150	125	4		28,42721334
T ₄₂	170	450	1		140,1601722
T ₄₃	170	200	4		51,54801352
T ₅₁	125	150	5		27,57389946
T ₅₂	125	450	5		82,72169837

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot tří intenzit přepravních proudů v relacích T₁₂, T₁₅ a T₂₃

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 25 a 26. V tab. č. 27 jsou pak uvedeny souhrnné hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 28 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 25 Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T ₁₂	200	450	2	150	45000	44850	1,0000E+00	1	-44850	2,01E+09
T ₁₅	200	170	5	50	6800	6750			-6750	45562500
T ₂₃	450	200	3	100	30000	29900			-29900	8,94E+08
									suma chyba ²	2,95E+09

Tabulka č. 26 Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T ₁₂	200	450	2	150	144,8355416	5,16445836	2,4982E-03	0,634492429	5,16445836	26,67163
T ₁₅	200	170	5	50	30,59296942	19,4070306			19,4070306	376,6328
T ₂₃	450	200	3	100	111,9815764	11,9815764			-11,981576	143,5582
									suma chyba ²	546,8626

Tabulka č. 27 Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	36,5535325
Průměrná velikost chyby	9,138383119
Směrodatná odchylka chyby	6,565374129

Tabulka č. 28 Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný tok	Teoretický tok
T ₁₅	200	170	5	50	30,59267016
T ₁₂	200	450	2	150	144,8343947
T ₂₁	450	150	2		108,625796
T ₂₃	450	200	3	100	111,9805974
T ₂₄	450	125	1		140,5249992
T ₂₅	450	170	5		68,83350787
T ₃₂	150	450	3		83,98544803
T ₃₄	150	125	4		19,43697186
T ₄₂	170	450	1		191,1139989
T ₄₃	170	200	4		35,24570898
T ₅₁	125	150	5		16,87095781
T ₅₂	125	450	5		50,61287343

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot čtyř intenzit přepravních proudů v relacích T₁₂, T₁₅, T₂₃ a T₂₅

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 29 a 30. V tab. č. 31 jsou pak uvedeny souhrnně hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 32 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 29 Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T ₁₂	200	450	2	150	45000	44850	1,0000E+00	1	-44850	2,01E+09
T ₁₅	200	170	5	50	6800	6750			-6750	45562500
T ₂₃	450	200	3	100	30000	29900			-29900	8,94E+08
T ₂₅	450	170	5	120	15300	15180			-15180	2,3E+08
									suma	3,18E+09

Tabulka č. 30 Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T ₁₂	200	450	2	150	134,1097767	15,8902233	1,5816E-03	0,085992357	15,8902	252,4992
T ₁₅	200	170	5	50	46,82492038	3,17507962			3,17508	10,08113
T ₂₃	450	200	3	100	129,5143639	29,5143639			-29,514	871,0977
T ₂₅	450	170	5	120	105,3560709	14,6439291			14,6439	214,4447
									suma	1348,123

Tabulka č. 31 Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	63,223596
Průměrná velikost chyby	15,805899
Směrodatná odchylka chyby	9,338320141

Tabulka č. 32 Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný tok	Teoretický tok
T ₁₅	200	170	5	50	46,82492038
T ₁₂	200	450	2	150	134,1097767
T ₂₁	450	150	2		100,5823325
T ₂₃	450	200	3	100	129,5143639
T ₂₄	450	125	1		88,9665471
T ₂₅	450	170	5	120	105,3560709
T ₃₂	150	450	3		97,13577291
T ₃₄	150	125	4		26,32285085
T ₄₂	170	450	1		120,9945041
T ₄₃	170	200	4		47,73210288
T ₅₁	125	150	5		25,82256639
T ₅₂	125	450	5		77,46769916

Výpočet hodnot teoretických toků ve všech relacích při znalosti hodnot pěti intenzit přepravních proudů v relacích T₁₂, T₁₅, T₂₃, T₂₅ a T₄₃

Všechny podstatné hodnoty před a po ukončení procesu kalibrace jsou uvedeny v tab. č. 33 a 34. V tab. č. 35 jsou pak uvedeny souhrnně hodnoty sledovaných chyb a v tab. č. 36 jsou následně uvedeny hodnoty teoretických toků pro všechny relace v řešené síti.

Tabulka č. 33 Hodnoty před kalibrací

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T ₁₂	200	450	2	150	45000	44850	1,0000E+00	1	-44850	2,01E+09
T ₁₅	200	170	5	50	6800	6750			-6750	45562500
T ₂₃	450	200	3	100	30000	29900			-29900	8,94E+08
T ₂₅	450	170	5	120	15300	15180			-15180	2,3E+08
T ₄₃	170	200	4	100	8500	8400			-8400	70560000
									suma	3,25E+09

Tabulka č. 34 Hodnoty po kalibraci

Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný Tok	Teoretický Tok	chyba	g	beta - β	chyba	chyba ²
T ₁₂	200	450	2	150	134,3791923	15,6208077	1,4671E-03	-0,025356477	15,6208	244,0096
T ₁₅	200	170	5	50	51,95876152	1,95876152			-1,9588	3,836747
T ₂₃	450	200	3	100	135,7678937	35,7678937			-35,768	1279,342
T ₂₅	450	170	5	120	116,9072134	3,09278657			3,09279	9,565329
T ₄₃	170	200	4	100	51,66560202	48,334398			48,3344	2336,214
									suma	3872,968

Tabulka č. 35 Hodnoty jednotlivých chyb

Typ chyby	Hodnota chyby
Součet chyb mezi skutečným a teoretickým (vypočítaným) tokem	104,774647
Průměrná velikost chyby	20,95492949
Směrodatná odchylka chyby	18,31623654

Tabulka č. 36 Hodnoty intenzity přepravní poptávky pro všechny relace

Výpočet pro ostatní relace					
Relace	Zdroj	Cíl	Vzdálenost	Skutečný tok	Teoretický tok
T ₁₅	200	170	5	50	51,95876152
T ₁₂	200	450	2	150	134,3791923
T ₂₁	450	150	2		100,7843942
T ₂₃	450	200	3	100	135,7678937
T ₂₄	450	125	1		82,52375547
T ₂₅	450	170	5	120	116,9072134
T ₃₂	150	450	3		101,8259203
T ₃₄	150	125	4		28,49205994
T ₄₂	170	450	1		112,2323074
T ₄₃	170	200	4	100	51,66560202
T ₅₁	125	150	5		28,65372878
T ₅₂	125	450	5		85,96118634

Porovnání výsledků dosažených oběma typy gravitačních modelů bude provedeno v souvislosti se závěrečným porovnáním metod provedeným v kapitole 5.

4.3 Výpočetní experimenty III

Tato skupina výpočetních experimentů se zaměřila na zkoumání vlivu různých kombinací výpočetních metod na výsledky odhadů intenzit přepravní poptávky pomocí gravitačních modelů.

Pro výpočet teoretických toků byl použit gravitační model č.2 při známých hodnotách intenzit přepravní poptávky ve dvou, tří, čtyřech a pěti známých relacích. Pro výpočet těchto teoretických toků byly použity možnosti nacházející se v doplňku *Řešitel* v MS Excel. Z obr. č. 2 je patrné, že v doplňku *Řešitel* je možno při výpočtu volit některou z následujících čtyř kombinací:

- 1) metoda Newtonova a derivace standartní,
- 2) metoda Newtonova a derivace přesná,
- 3) metoda sdružená a derivace standartní,
- 4) metoda sdružená a derivace přesná.

Metoda určí algoritmus, který bude použit v jednotlivých iteracích k určení směru vyhledávání. V řešiteli se tedy nachází dvě různé metody:

- 1) Newtonova – k výpočtu použije menší počet iterací než metoda sdružená, ale vyžaduje využití většího množství paměti,
- 2) Sdružená – k výpočtu využívá větší počet iterací, ovšem využívá menší kapacitu paměti.

Derivace určí metodu stanovení rozdílů, která bude použita při odhadu parciálních derivací funkcí cíle a omezující podmínky. V průběhu výpočtu lze zvolit:

- 1) Standartní – používá se u většiny problémů, u kterých se hodnoty omezení mění poměrně pomalu,
- 2) Přesná – používá se u problémů, u kterých se omezující podmínky mění rychle obzvláště v okolí mezí. Tato možnost vyžaduje více výpočtů, může však být užitečná v případech, kdy Řešitel zobrazí zprávu, že nelze nalézt vhodnější řešení.

Bylo tedy provedeno šestnáct experimentů, při kterých byly použity různé kombinace metod a typů derivací.

Porovnání bude realizováno prostřednictvím chyb v relacích, pro které jsou k dispozici skutečné toky. Konkrétně tedy na základě provedených experimentů bude v závislosti na počtu známých hodnot intenzit přepravních proudů sledováno, ve které z uvedených čtyř kombinací se bude vyskytovat minimální chyba, ve které z uvedených čtyř se bude vyskytovat maximální chyba a související rozpětí mezi hodnotami minimální a maximální chyby.

Výsledky experimentů jsou shrnuty v tab. č. 37.

Tabulka č. 37: Výsledky experimentu dosažené gravitačním modelem č. 2

č. experimentu	známé relace	skutečný tok	teoretický tok	jednotlivé chyby	velikost chyby celkove	metoda	derivace	průměrná chyba	směrodatná odchylka
1	T_{12}	150	149,999776	0,000223676	0,000894693	newtonova	standartní	0,000447346	0,000223671
	T_{15}	50	50,000671	0,000671017					
2	T_{12}	150	150	1,40119E-11	1,96181E-11	newtonova	přesná	9,80904E-12	4,20286E-12
	T_{15}	50	50	5,60618E-12					
3	T_{12}	150	149,90937	0,090629723	0,360879	sdružená	standartní	0,1804395	0,089809777
	T_{15}	50	50,2702493	0,270249277					
4	T_{12}	150	150	1,03739E-10	4,81592E-10	sdružená	přesná	2,40796E-10	1,37057E-10
	T_{15}	50	50	3,77852E-10					
5	T_{12}	150	144,832051	5,16794944	36,55702239	newtonova	standartní	12,18567413	5,813510366
	T_{15}	50	30,5961497	19,40385033					
	T_{23}	100	111,985223	11,98522262					
6	T_{12}	150	144,835542	5,164458145	36,55306513	newtonova	přesná	12,18435504	5,816273627
	T_{15}	50	30,5929692	19,40703079					
	T_{23}	100	111,981576	11,98157619					
7	T_{12}	150	144,714706	5,285294499	36,68973885	sdružená	standartní	12,22991295	5,720908763
	T_{15}	50	30,7030036	19,29699637					
	T_{23}	100	112,107448	12,10744798					
8	T_{12}	150	144,835546	5,164454388	36,55306392	sdružená	přesná	12,18435464	5,81627447
	T_{15}	50	30,5929707	19,40702929					
	T_{23}	100	111,98158	11,98158024					
9	T_{12}	150	134,102174	15,89782574	63,22000879	newtonova	standartní	15,8050022	9,339839435
	T_{15}	50	46,8284229	3,171577116					
	T_{23}	100	129,514557	29,51455742					
	T_{25}	120	105,363951	14,63604851					
10	T_{12}	150	134,109764	15,89023608	63,22359031	newtonova	přesná	15,80589758	9,338322547
	T_{15}	50	46,8249261	3,175073914					
	T_{23}	100	129,514364	29,51436401					
	T_{25}	120	105,356084	14,64391631					
11	T_{12}	150	134,139186	15,86081416	63,23747709	sdružená	standartní	15,80936927	9,332467177
	T_{15}	50	46,8113666	3,188633434					
	T_{23}	100	129,513604	29,51360427					
	T_{25}	120	105,325575	14,67442523					
12	T_{12}	150	134,109774	15,89022642	63,2235898	sdružená	přesná	15,80589745	9,338322766
	T_{15}	50	46,8249241	3,175075859					
	T_{23}	100	129,514367	29,51436684					
	T_{25}	120	105,356079	14,64392068					
13	T_{12}	150	134,367352	15,63264819	104,7766984	newtonova	standartní	20,95533968	18,31576876
	T_{15}	50	51,9637603	1,963760267					
	T_{23}	100	135,767004	35,76700381					
	T_{25}	120	116,918461	3,0815394					
	T_{43}	100	51,6682533	48,33174671					
14	T_{12}	150	134,379191	15,6208092	104,7746478	newtonova	přesná	20,95492956	18,31623647
	T_{15}	50	51,9587621	1,958762061					
	T_{23}	100	135,767893	35,76789347					
	T_{25}	120	116,907215	3,092785363					
	T_{43}	100	51,6656023	48,33439772					
15	T_{12}	150	136,768724	13,23127641	104,3578134	sdružená	standartní	20,87156269	18,47281661
	T_{15}	50	50,93333	0,933329992					
	T_{23}	100	135,90452	35,90451961					
	T_{25}	120	114,599992	5,400007517					
	T_{43}	100	51,1113201	48,88867991					
16	T_{12}	150	134,37919	15,62080951	104,7746479	sdružená	přesná	20,95492958	18,31623645
	T_{15}	50	51,9587622	1,958762166					
	T_{23}	100	135,767893	35,76789342					
	T_{25}	120	116,907215	3,092785126					
	T_{43}	100	51,6656023	48,33439767					

Na základě provedených experimentů bylo zjištěno:

- 1) minimální chyba, jejíž hodnota činí $8,40572 \times 10^{-12}$ se vyskytla při použití kombinace metoda Newtonova a derivace přesná,
- 2) maximální chyba, jejíž hodnota činí 47,95534992 nastala při použití kombinace metoda sdružená a derivace standardní.
- 3) z těchto výsledků můžeme usuzovat rozpětí chyby, která se nachází v intervalu $8,40572 \times 10^{-12}; 47,95534992$

Na základě provedených experimentů lze tedy konstatovat, že ani metoda ani typ derivace nemají výraznější vliv na hodnotu směrodatné odchylky chyby, a také na výpočty teoretických toků, při použití různých kombinací metod a derivací (hodnoty jsou téměř totožné). Pouze při použití metody sdružené a derivace standardní se teoretické toky liší od ostatních teoretických toků. Ovšem tento rozdíl je pouze v jednotkovém řádu a na směrodatnou odchylku nemá vliv.

Nejlepších výsledků bylo dosaženo v experimentech č. 1,2,3 a 4. Nejhorších výsledků bylo dosaženo v experimentech č. 13,14,15 a 16. Jak z těchto výsledků vyplývá, tak nejlepší výsledků bylo dosaženo při počtu dvou známých relací a nejhorších výsledků bylo dosaženo při známých pěti relacích. Je to dáno tím, že čím větší počet známých relací do výpočtu vstupuje, tím má řešitel problém nalézt optimální hodnoty koeficientů.

Tedy závěrem, použití různých kombinací, nemá v našem případě výpočtu zásadní vliv na konečné výsledky. Na základě experimentů bylo zjištěno, že je výhodné výpočetní experimenty při řešení daného modelu opakovat, přičemž při opakovaných experimentech se stejným modelem se jako vstupní parametry použijí výsledné hodnoty parametrů zjištěné při předchozím výpočtu.

5. POROVNÁNÍ VYBRANÝCH METOD

V této části bakalářské práce bude pozornost věnována porovnáním vybraných metod a výsledků, které byly jednotlivými metodami dosaženy. Dojde tedy jak k porovnání teoretického charakteru, tak i v oblasti praktické použitelnosti. K porovnání byly vybrány dva přístupy – gravitační model (dvě varianty) a trendový model.

Z teoretického hlediska lze porovnání vybraných gravitačních a trendových modelů provést z několika úhlů pohledu. Pro potřeby předložené bakalářské práce byly zvoleny tři úhly pohledu. Prvním úhlem pohledu může být např. rozsah vstupních údajů potřebný pro zprovoznění modelu, druhým úhlem pohledu může být např. výpočetní náročnost při kalibraci modelu, třetím úhlem pohledu může být např. dostupnost softwarového vybavení pro provedení vlastního výpočtu. Při porovnání z jednotlivých úhlů pohledu bude snaha nejdříve vytipovat společné znaky a následně rozdíly, které se u porovnávaných přístupů vyskytují.

5.1 Porovnání metod z teoretického hlediska podle rozsahu vstupních údajů

Společnými rysy gravitačních a trendových modelů je nutnost znát intenzity zdrojových a cílových proudů pro jednotlivé uzly ze současného období. Z pohledu hlavních čtyř fází uvedených v kapitole 2, tedy musí předcházet ve všech případech fáze generování zdrojových a cílových proudů.

Z pohledu rozdílů je třeba znát u trendového modelu hodnoty intenzit zdrojových a cílových proudů a také hodnoty intenzit přepravní poptávky z posledního provedeného průzkumu (O-D matice z minulosti). Z posledního faktu vyplývá, že bez znalosti dat z minulosti nelze trendový model aplikovat při zjišťování intenzit přepravní poptávky v současném období. Kromě zjištění intenzit zdrojových a cílových proudů v současném období však nevyžaduje realizaci přepravních průzkumů v žádné relaci. Ve srovnání s tím gravitační model nevyžaduje pro svou aplikaci znalost historických dat, vyžaduje však znalost intenzit přepravní poptávky v současnosti ve vybraných relacích. Kromě znalosti intenzit přepravní poptávky v současnosti ve vybraných relacích vyžaduje gravitační model také základní topologický údaj o vzdálenosti mezi jednotlivými dvojicemi uzlů v dopravní síti.

Vzdáleností se může rozumět např. časová dostupnost. Nevýhodou gravitačního modelu je, že není nikdy dopředu známo, pro kolik relací je nutno znát intenzitu přepravní poptávky, případně jejich umístění v rámci řešené dopravní sítě. Tyto všechny údaje musí být předmětem experimentování se vstupními daty.

5.2 Porovnání metod z teoretického hlediska podle výpočetní náročnosti při kalibraci modelu

Ve výše uvedené části byly jednotlivé přístupy porovnány v závislosti na rozsahu vstupních parametrů. V této podkapitole bude věnována pozornost porovnání těchto modelů v závislosti na výpočetní náročnosti při kalibraci modelu. Proces kalibrace trendového modelu je výrazně jednodušší.

V první části výpočtu trendového modelu byly stanoveny okrajové podmínky, které zajistí, že součet všech zdrojových (popř. cílových) proudů je roven součtu všech intenzit přepravních toků v minulém období. V další části výpočtu byly vypočteny koeficienty trendu a také hodnota celkového trendu. Vlastní kalibrace modelu spočívá právě ve výpočtu koeficientu trendu, což není matematicky obtížná operace. Při porovnání stráveného času při použití jednotlivých metod pro výpočet vyplývá, že výpočet pomocí trendového modelu je časově náročnější, než výpočet pomocí gravitačního modelu. Tento výsledek vyplývá z důvodů značné časové náročnosti výpočtu koeficientů trendů u trendového modelu. Výpočetní náročnost se projevuje hlavně u ručního výpočtu v případech, kdy je dopravní síť velmi rozsáhlá. Ovšem vhodným zmechanizováním výpočtu je možno tuto nevýhodu odstranit.

Proces kalibrace modelu je v případech gravitačních modelů složitější. Kalibrací modelu se v případě gravitačního modelu rozumí určení hodnot definovaných parametrů tak, aby se v relacích, ve kterých byl prováděn přepravní průzkum, vypočítané hodnoty intenzit přepravních vztahů co nejvíce blížily hodnotám naměřeným. Následně lze hodnoty těchto vypočítaných parametrů použít pro odhad neznámých intenzit přepravní poptávky, tj. intenzit přepravní poptávky v relacích, ve kterých nebyl prováděn přepravní průzkum.

5.3 Porovnání metod z teoretického hlediska podle dostupnosti softwarového vybavení

Co se týče softwarového vybavení potřebného ke kalibraci a následným výpočtům, v případě trendového modelu není zapotřebí žádný speciální softwarový produkt. Pro řešení lze využít klasických kancelářských softwarových produktů jako např. MS Excel, výpočty jsou však natolik jednoduché je lze provádět i bez použití jakéhokoli softwaru.

Odhad hodnot parametrů gravitačního modelu může být značně analyticky náročný. Z tohoto důvodu se využívá numerických optimalizačních metod naprogramovaných v dostupných softwarových produktech, které mohou být jak univerzální tak i specializované. Při použití specializovaných softwarů bývají zpravidla dosahovány lepší výsledky, nevýhodou však jsou značné pořizovací náklady na tyto softwary.

Nejdostupnější způsob kalibrace gravitačního modelu nabízí univerzální a rozšířený program MS Excel s instalovaným doplňkem *Řešitel*. Tohoto způsobu bylo použito i v předložené bakalářské práci.

Nejdokonalejší způsob kalibrace gravitačních modelů nabízejí specializované softwary. Jak již bylo uvedeno, jedná se o způsob, který je finančně velice nákladný, jeho výhodou však bývá přesnost dosažených výsledků. Vše pochopitelně závisí na tom, jak velkou škálu gravitačních modelů daný software nabízí. Častou nevýhodou specializovaného softwaru bývá, že řešitel nemá k dispozici informace o konstrukci algoritmu. Není tedy schopen posoudit do jaké míry je ten či onen software pro řešení daného problému vhodný.

5.4 Porovnání výsledků metod

V první řadě je nutno uvést, že při porovnání výsledků jednotlivých přístupů budou v předložené práci mezi sebou srovnávány pouze výsledky gravitačních modelů. Je to zejména z toho důvodu, že experimenty s trendovými a gravitačními modely byly prováděny v rozdílných modelových sítích. Porovnání výsledků obou přístupů je samozřejmě možné, ovšem ideální je to v reálných podmínkách.

Porovnání v reálných podmínkách jak vyplývá z předchozí charakteristiky, však vyžaduje znalost historických dat z předchozího průzkumu, průzkum intenzit zdrojových a cílových proudů v současnosti a průzkum intenzit přepravních vztahů ve vybraných relacích.

V dalším textu bude věnována pozornost pouze porovnání výsledků gravitačních modelů.

V kapitole 3 byly uvedeny dva gravitační modely, vlastní odhady intenzit přepravních vztahů pak byly provedeny v podkapitole 4.2. Z dosažených výsledků vyplynulo, že z hlediska zvolených hodnotících kritérií bylo dosaženo v převážné části případů lepších výsledků u gravitačního modelu č. 2. Je ovšem nutno konstatovat, že experimenty byly prováděny pouze na modelovém případě dopravní sítě s menším počtem vrcholů a hran, což může generovat nežádoucí zkreslení.

Nyní již k vlastnímu porovnání dosažených výsledků.

Jak již bylo řečeno v předchozím odstavci, porovnání výsledků získaných kalibracemi jednotlivých gravitačních modelů bylo provedeno prostřednictvím určitých hodnotících kritérií a to:

- 1) hodnoty průměrné chyby mezi skutečnou a vypočítanou intenzitou přepravní poptávky,
- 2) hodnoty směrodatné odchylky vypočítané intenzity od intenzity skutečné.

Základní porovnání výsledků jednotlivých gravitačních modelů je samozřejmě možné podle hodnoty celkové odchylky vypočítaných hodnot od hodnot naměřených, která se v průběhu procesu kalibrace modelů minimalizovala prostřednictvím doplňku *Řešitel*. V hodnotě celkové odchylky však mohou být skryty i výraznější odchylky v rámci jednotlivých relací.

Právě z uvedeného důvodu byla zvolena i další hodnotící kritéria, jako např. průměrná hodnoty chyby nebo směrodatná odchylka chyby.

K výpočtu hodnot kritérií byly použity následující vztahy.

Výpočet chyby pro relaci

$$x_i = \text{abs}(f_{uv} - f_{uv}'')$$

Kde:

f_{uv} - hodnota skutečného toku

f_{uv}'' - hodnota teoretického (vypočítaného) toku

Výpočet průměrné chyby

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Kde:

x_i - hodnota jednotlivých chyb

n - počet známých relací, přes které se provádí výpočet

Výpočet směrodatné odchylky

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2}$$

Kde:

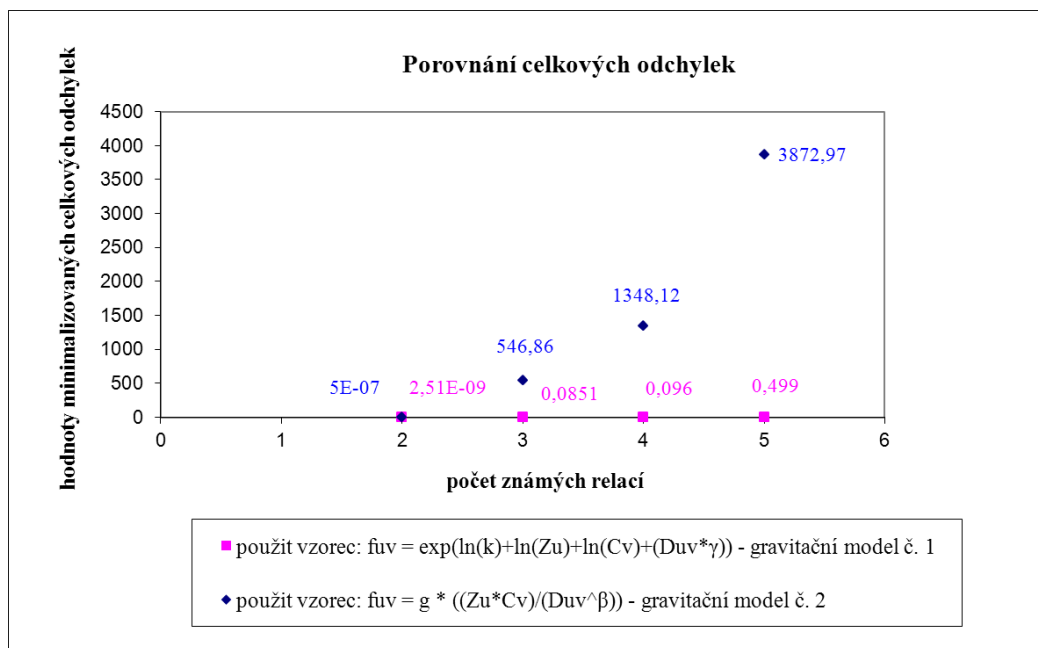
x_i - hodnota jednotlivých chyb

n - počet známých relací, přes které se provádí výpočet

x – průměrná hodnota chyby

Hodnoty zvolených kritérií byly počítány v závislosti na počtu známých intenzit přepravní poptávky.

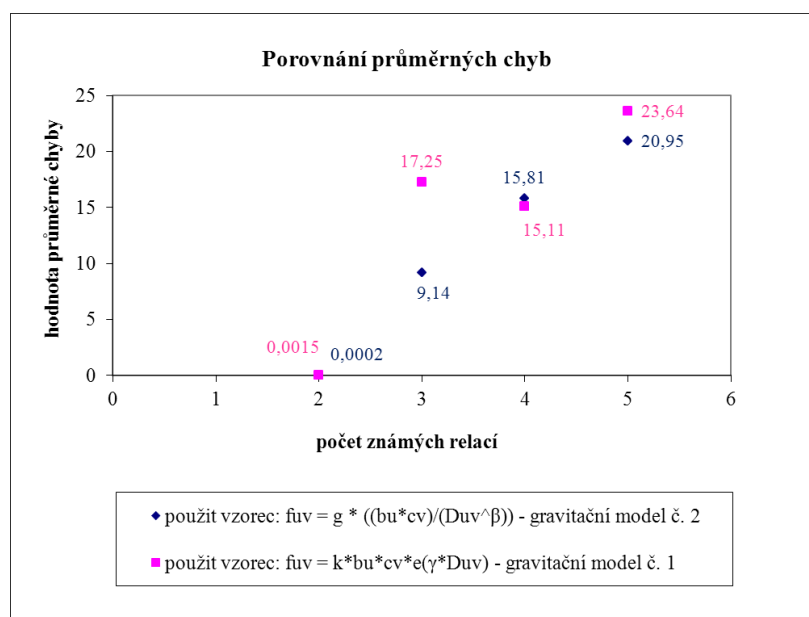
Nejdříve bude provedeno porovnání výsledků gravitačních modelů z hlediska hodnoty celkové odchylky mezi vypočítanými hodnotami a známými hodnotami intenzit přepravní poptávky, viz. graf. č. 1.



Graf č. 1: Porovnání hodnot celkových odchylek

Z Grafu č. 1 je patrné, že hodnota celkové odchylky u gravitačního modelu č. 1 je ve všech případech menší než u gravitačního modelu č. 2. Rozdíl mezi hodnotami minimalizovaných celkových odchylek má při vzrůstajícím počtu hodnot známých intenzit rostoucí trend.

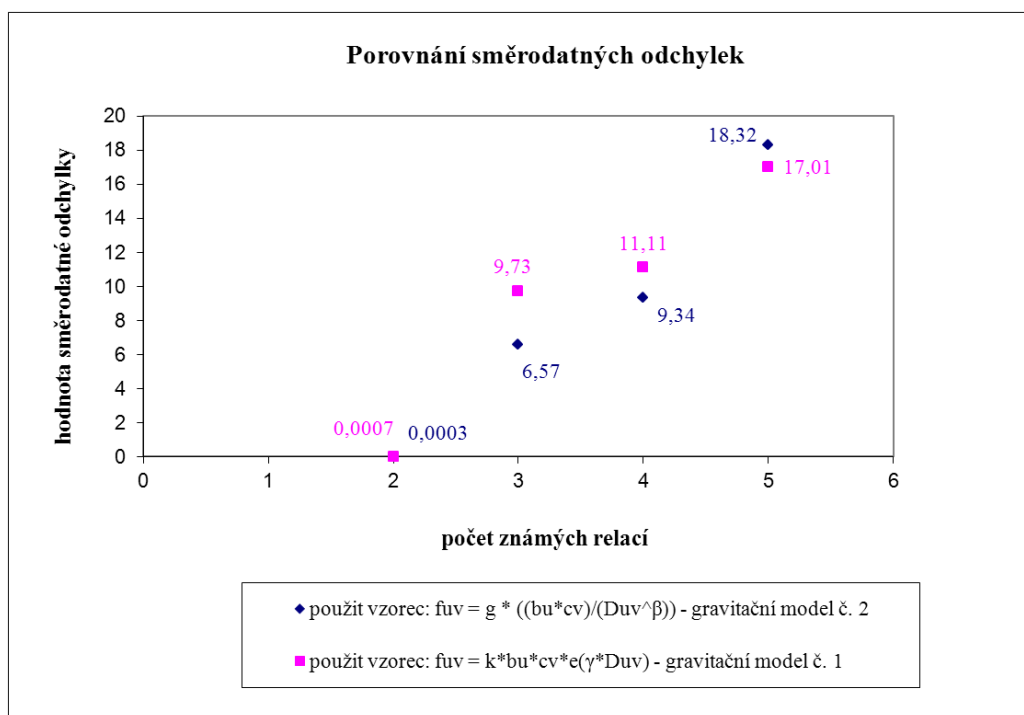
Jako další v pořadí budou porovnány hodnoty průměrné chyby mezi skutečnou a vypočítanou intenzitou přepravní poptávky v závislosti na počtu známých intenzit, jsou znázorněny na grafu č. 2.



Graf č. 2: Porovnání hodnot průměrných chyb

Z Grafu č. 2 je patrné, že hodnota průměrné chyby u gravitačního modelu č. 2 je v 75 % případů nižší a tedy teoretické toky vypočtené tímto modelem jsou z hlediska zvoleného hodnotícího kritéria přesnější než v případě gravitačního modelu č. 1. Jediná výjimka, která se vyskytla, nastala při výpočtu teoretických toků pro čtyři známé relace, ovšem rozdíl těchto průměrných chyb je zanedbatelný.

Jako poslední v pořadí bude provedeno porovnání hodnot směrodatných odchylek vypočítaných intenzit od intenzit skutečných, viz. Graf. č. 3.



Graf č. 3: Porovnání hodnot směrodatných odchylek

Z Grafu č. 3 je patrné, že hodnota směrodatné odchylky u gravitačního modelu č. 2 je opět v 75 % případů nižší a tedy teoretické toky vypočtené tímto modelem jsou z hlediska zvoleného hodnotícího kritéria přesnější než v případě gravitačního modelu č. 1. Jediná výjimka, která se vyskytla, nastala při výpočtu teoretických toků při znalosti pěti známých relací, ani v tomto případě není odchylka významná.

Na základě výsledků z realizovaných experimentů vyplývá, že pro stanovení hodnot O-D matice pomocí gravitačního modelu je vhodnější gravitační model č. 2.

Nelze ovšem vyloučit, že při vzrůstajícím počtu hodnot známých intenzit přepravní poptávky nebo zvětšujícím se rozsahu dopravní sítě se nestane výhodnějším gravitační model č. 1. Stále je totiž třeba mít na paměti, že výsledky prezentované v předložené bakalářské práci odpovídají modelové síti s pěti vrcholy a šesti hranami.

Relevantní hlubší porovnání, nebo analýzu jak teoretického charakteru, tak praktických výstupů je však možné pouze při aplikaci navržených dvou přístupů v podmínkách reálné sítě.

6. ZÁVĚR

Předložená bakalářská práce se zabývá studiem metod vhodných pro tvorbu O-D matic, tj. matic intenzit přepravních vztahů mezi uzly dopravní sítě.

V úvodních kapitolách je pozornost věnována významu O-D matic pro plánování přepravní nabídky a stručné prezentování přímých a nepřímých metod, které lze pro sestavení O-D matice použít.

V dalších kapitolách jsou charakterizovány metody, které jsou v odborné literatuře uvedeny, jako nejčastěji se používající pro sestavení O-D matic, v této části jsou také uvedeny, jaké podmínky a vstupní údaje, jsou potřebné pro vypočítání intenzit přepravní poptávky v dopravní síti pro jednotlivé metody.

Stěžejními částmi práce jsou kapitoly 4 a 5. V kapitole čtvrté je věnována pozornost praktickým výpočtům odhadů hodnot intenzit přepravních vztahů pomocí gravitačního a trendového modelu. Výpočty byly prováděny v podmínkách modelových sítí. Výsledky zvolených výpočetních experimentů jsou následně porovnány v kapitole páté.

Z hlediska prohloubení úrovně poznání v oblasti využití gravitačních modelů pro potřeby odhadu intenzit přepravní poptávky v dopravních sítích je však zapotřebí provádět celou řadu dalších experimentů, nejlépe pak v reálných podmínkách.

LITERATURA

- [1.] Černá, A; Černý, J. Teorie řízení a rozhodování v dopravních systémech: Pardubice: Institut Jana Pernera, o.p.s., 2004. 150 s. ISBN 80-86530-15-9
- [2.] WILUMSEN, L.G. Estimation of an O-D matrix from traffic counts. Leeds: University of Leeds. 1978. 53 s.
- [3.] Vojta, M; Analýza dojíždění pro podnik Lanex a MSA, Diplomová práce, Institut geoinformatiky, VŠB – TU Ostrava 2009, 103 s.
- [4.] Černý, J; Kluvánek, P. Základy matematickej teorie dopravy: Bratislava: VEDA, 1990, 279 s., ISBN 80-224-0099-8